

1. Giới thiệu bài toán quy hoạch tuyến tính

1.1 Các mô hình

1.1.1 Sản xuất với tài nguyên bị hạn chế

Doanh nghiệp hiện có 400m^3 gỗ và 50 tấn acid.

Sản xuất giấy A, B. Giá bán 4tr.đ/tấn, 5tr.đ/tấn.

Mức tiêu hao gỗ ($\text{m}^3/\text{tấn}$) và acid (tấn/tấn):

Nguyên liệu	Sản phẩm	
	A	B
Gỗ	1,2	1,4
Acid	0,1	0,25

Sản xuất sao cho tổng doanh thu là lớn nhất?

Đặt biến Gọi x_1, x_2 là số tấn giấy A và B được sản xuất. Theo thực tế thì $x_1 \geq 0$ và $x_2 \geq 0$.

Hàm mục tiêu Gọi f là tổng doanh thu (tr.đ):

$$f(X) = 4x_1 + 5x_2$$

Theo đề bài thì $f(X) \rightarrow \max$.

Các ràng buộc

$$\text{Gỗ: } 1,2x_1 + 1,4x_2 \leq 400 \quad \text{Acid: } 0,1x_1 + 0,25x_2 \leq 50$$

Mô hình toán

$$f(X) = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1,2x_1 + 1,4x_2 \leq 400 \\ 0,1x_1 + 0,25x_2 \leq 50 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1.1.2 Sản xuất để cung ứng

Xẻ gỗ để đóng bàn, ghế. Mỗi lần dùng 1m^3 gỗ.

Cách I đóng được 4 bàn, 6 ghế. Tiền công 1,2tr.đ

Cách II 2 bàn, 15 ghế. Tiền công 1,1tr.đ.

Cách III 3 bàn, 9 ghế. Tiền công 1,4tr.đ.

Giá 1m^3 gỗ là 4.000.000đ.

Phải sản xuất để cung cấp 31 bàn, 90 ghế.

Kế hoạch xử gỗ để tổng chi phí thấp nhất?

Đặt biến x_1, x_2, x_3 là số lần xẻ gỗ theo cách I, II, III. $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$ và x_1, x_2, x_3 là số nguyên.

Hàm mục tiêu Gọi f là tổng chi phí (tr.đ):

$$f(X) = 5,2x_1 + 5,1x_2 + 5,4x_3$$

Theo đề bài thì $f(X) \rightarrow \min$.

Các ràng buộc

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 31 \quad 6x_1 + 15x_2 + 9x_3 \geq 90$$

Mô hình toán

$$f(X) = 5,2x_1 + 5,1x_2 + 5,4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 31 \\ 6x_1 + 15x_2 + 9x_3 \geq 90 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1, x_2, x_3 \text{ là số nguyên} \end{cases}$$

1.1.3 Mô hình khẩu phần thức ăn

Để chăn nuôi, dùng 3 loại thức ăn A, B, C giá 12.000đ/Kg, 10.000đ/Kg, 15.000đ/Kg. Mỗi loại thức ăn đều có 3 chất C_1 , C_2 , C_3 :

Thức ăn (Kg)	Chất dinh dưỡng (g)		
	C_1	C_2	C_3
A	7,6	1,5	2,3
B	2,5	3,4	1,2
C	1,2	2,4	5,8

Phải cung cấp tối thiểu 250g C_1 , 175g C_2 , 150g C_3 .
Phải pha trộn thức ăn B và C theo tỷ lệ 5:1.

Khẩu phần có giá thành là rẻ nhất?

x_1, x_2, x_3 là số Kg thức ăn A, B, C trong khẩu phần. $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ và $x_3 \geq 0$.

Giá thành khẩu phần: $f(X)=12x_1+10x_2+15x_3 \rightarrow \min$

Ràng buộc về chất: $7,6x_1 + 2,5x_2 + 1,2x_3 \geq 250$

$1,5x_1+3,4x_2+2,4x_3 \geq 175$ $2,3x_1+1,2x_2+5,8x_3 \geq 150$

Tỷ lệ pha trộn: $x_2/x_3 = 5/1 \Rightarrow x_2 - 5x_3 = 0$

$f(X) = 12x_1 + 10x_2 + 15x_3 \rightarrow \min$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 7,6x_1 + 2,5x_2 + 1,2x_3 & \geq & 250 \\ 1,5x_1 + 3,4x_2 + 2,4x_3 & \geq & 175 \\ 2,3x_1 + 1,2x_2 + 5,8x_3 & \geq & 150 \\ x_2 - 5x_3 & = & 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

1.1.4 Mô hình bài toán cắt sắt

Người ta muốn có đúng 400 đoạn sắt dài 0,9m; 500 đoạn dài 0,8m; 150 đoạn dài 0,6m bằng cách cắt những thanh sắt dài 2m. Vậy phải cắt như thế nào để số đoạn sắt thừa ra là ít nhất.

HD Trước hết, ta xem mỗi thanh sắt 2m có bao nhiêu cách cắt thành các đoạn con và số sắt thừa ra sau mỗi lần cắt:

	Các cách cắt thanh sắt 2m										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Số đoạn 0,9m	2	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Số đoạn 0,8m	0	1	0	1	2	0	1	0	0	1	0
Số đoạn 0,6m	0	0	1	2	0	3	1	2	0	0	1
Số sắt thừa	0,2	0,3	0,5	0	0,4	0,2	0,6	0,8	1,1	1,2	1,4

1.1.5 Mô hình bài toán vận tải (biến 2 chiều)

Kho q.4: 30 tấn hàng, q.TB: 50 tấn hàng.

Cửa hàng q.1: 12 tấn, q.3: 28 tấn, q.TB: 40 tấn.

Chi phí vận chuyển (chục ngàn/tấn hàng):

Kho \ Cửa hàng	q.1	q.3	q.TB
	q.1	q.3	q.TB
q.4	4	6	9
q.TB	7	5	1

Vận chuyển sao cho tổng chi phí thấp nhất.

HD x_{ij} là số tấn chở từ kho i sang cửa hàng j .

Cân bằng thu phát ($\Sigma \text{Kho} = \Sigma \text{CửaHàng}$)

$\Rightarrow$ Kho phát hết và cửa hàng nhận đủ.

1.2 Bài toán QHTT tổng quát

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^n c_j \mathbf{x}_j \rightarrow \min (\max)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sum_{j=1}^n a_{ij} \mathbf{x}_j \geq b_i & i \in I_1 \quad (1) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} \mathbf{x}_j = b_i & i \in I_2 \quad (2) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} \mathbf{x}_j \leq b_i & i \in I_3 \quad (3) \\ \mathbf{x}_j \geq 0 & j \in J_1 \quad (4) \\ \mathbf{x}_j \in \mathbb{R} & j \in J_2 \quad (5) \\ \mathbf{x}_j \leq 0 & j \in J_3 \quad (6) \end{array} \right.$$

(1), (2), (3): các **ràng buộc**. m : **số ràng buộc**.

(4), (5), (6): các **điều kiện về dấu**. n : **số biến**.

Véc tơ $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ thỏa tất cả ràng buộc và điều kiện về dấu: **phương án** (PA).

Tập hợp tất cả phương án: **miền ràng buộc** (D).

Hàm f xác định trên D: **hàm mục tiêu**.

Phương án X^* mà tại đó hàm mục tiêu f đạt giá trị nhỏ nhất (lớn nhất): **phương án tối ưu** (PATU).

$$\forall X \in D, f(X^*) \leq f(X) \quad (\forall X \in D, f(X^*) \geq f(X))$$

$f(X^*)$: **giá trị tối ưu**.

Giải bài toán QHTT là tìm một PATU và giá trị tối ưu (có nghiệm) hoặc kết luận được bài toán không có PATU (vô nghiệm).